

# ERRORES DE POSICIONADO Y DEGRADACION DE LA ONDA PLANA SINTETIZADA EN MEDIDAS DE CAMPO PROXIMO

X. Pujolar, J. Romeu

E.T.S. Enginyers de Telecomunicació de Barcelona

Dpt. Teoria del Senyal i Comunicacions.

Grup Antenes, Microones i Radar.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Apt. 30002

08080 Barcelona

Tfn. (93) 4016849

## Abstract

Positioning errors are an important source of error in near field measurements. So far there are not expressions available that relate a given positioning error to the far field error. In this communication the cylindrical near to far field transformation is analyzed as a plane wave synthesis process. Afterwards the error is quantified as a degradation of the synthesised plane wave.

## Introducción

En la medida de antenas en campo próximo los errores de posicionado son una de las causas que limitan la precisión final de la medida.

El efecto de estos errores sobre la precisión final del campo lejano es difícil de establecer y en la práctica su efecto se estudia mediante simulación numérica. En esta comunicación se propone un enfoque distinto que permite cuantificar estos errores de forma independiente de la antena que se desea medir. En concreto se reformula el algoritmo de transformación campo próximo campo lejano como un proceso de síntesis de ondas planas. Esos errores de posicionado supondrán una degradación de la onda plana sintetizada.

## Transformación campo próximo campo lejano en coordenadas cilíndricas

Todo proceso de medida de diagramas de radiación se reduce a encontrar la respuesta de la antena al incidir sobre esta una onda plana. Este sistema de medida en recepción tiene su recíproco en transmisión. Evidentemente si la antena es recíproca el resultado es el mismo en los dos casos.

La obtención de la onda plana para la medida puede realizarse mediante varias técnicas: campo lejano, campo compacto o síntesis mediante agrupaciones. En este último caso se dispone de un conjunto de antenas elementales cada una excitada con las corrientes adecuadas. La medida de antenas en campo próximo puede expresarse como un proceso de síntesis de onda plana.

La transformación campo próximo campo lejano con corrección de sonda puede obtenerse a partir de [1]

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_1(n, k_z) \\ \tilde{v}_2(n, k_z) \end{bmatrix} = -\frac{16\pi^2 k_p^2}{k\eta} \begin{bmatrix} \alpha_n^{(1)}(-k_z) & b_n^{(1)}(-k_z) \\ \alpha_n^{(2)}(-k_z) & b_n^{(2)}(-k_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_n(k_z) \\ b_n(k_z) \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde  $\tilde{v}_1$  y  $\tilde{v}_2$  son las transformadas de Fourier de las tensiones medidas por las sondas y definidas por

$$\tilde{v}_{ca}(\rho = \rho_0; n, k_z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v_{ca}(\rho = \rho_0, \phi, z) e^{-jn\phi} e^{jk_z z} d\phi dk_z \quad (2)$$

y  $\alpha_n, b_n$  son los coeficientes de la expansión en modos cilíndricos de la antena bajo prueba. A partir de la inversión de la expresión anterior se obtienen los coeficientes modales cilíndricos de los campos radiados por la ABP como

$$\alpha_n(k_z) = -\frac{k\eta}{16\pi^2 k_p^2} \frac{[\bar{v}_1(n, k_z)b_n^{(2)}(-k_z) - \bar{v}_2(n, k_z)b_n^{(1)}(-k_z)]}{\Delta(n, k_z)} \quad (3)$$

$$b_n(k_z) = -\frac{k\eta}{16\pi^2 k_p^2} \frac{[\bar{v}_2(n, k_z)\alpha_n^{(1)}(-k_z) - \bar{v}_1(n, k_z)\alpha_n^{(2)}(-k_z)]}{\Delta(n, k_z)}$$

con

$$\Delta(n, k_z) = \alpha_n^{(1)}(-k_z)b_n^{(2)}(-k_z) - \alpha_n^{(2)}(-k_z)b_n^{(1)}(-k_z) \quad (4)$$

y

$$\alpha_n^{(1),(2)}(-k_z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m^{(1),(2)}(-k_z) H_{m+n}^{(2)}(k_p \rho_0) \quad (5)$$

$$b_n^{(1),(2)}(-k_z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m^{(1),(2)}(-k_z) H_{m+n}^{(2)}(k_p \rho_0)$$

donde  $c_m, d_m$  son los coeficientes de la expansión en modos cilíndricos de los campos radiados por las sondas.

Con el empleo de las expresiones asintóticas de los campos a grandes distancias, los campos radiados por la antena bajo prueba pueden escribirse como

$$\begin{bmatrix} E_\theta & (k_{z0}, \phi_0) \\ E_\phi & (k_{z0}, \phi_0) \end{bmatrix} = \frac{e^{-jk_r}}{r} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{W}(k_{z0}, \phi_0; \phi, z) \begin{bmatrix} v_1 & (\phi, z) \\ v_2 & (\phi, z) \end{bmatrix} d\phi dz \quad (6)$$

con

$$\bar{W} = \frac{\eta}{16\pi^3 \sin \theta_0} e^{jk_{z0}z} \sum_n j^{n+1} \frac{1}{\Delta(n, k_{z0})} e^{jn(\phi_0 - \phi)} \begin{bmatrix} -\alpha_n^{(2)} & \alpha_n^{(1)} \\ -jb_n^{(2)} & jb_n^{(1)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

En este caso  $\bar{W}$  es una matriz que expresa el peso que debe darse a la sonda 1 y 2 para producir la onda polarizada según  $\theta_0, \phi$ . La ecuación (6) expresa el campo lejano como una suma ponderada por los pesos  $W$  de las tensiones obtenidas en bornes de la sonda para cada posición  $(z, \phi)$ . Si suponemos una situación como la de la figura 1, en que se ha formado una agrupación cilíndrica de sondas, la matriz de pesos  $W$  indica el peso que debe darse a cada uno de los elementos que forma la agrupación, para producir una onda plana propagándose en la dirección  $z_0, \phi_0$ . Estos pesos son función del diagrama de radiación de la sonda. Para una sonda eléctrica ideal, se obtiene

$$\bar{W} = \frac{1}{2\pi^2} e^{jk_{z0}z} \sum_{|n| > 0}^{k_{z0}\rho_0} j^{n+1} e^{jn(\phi_0 - \phi)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sin \theta_0 H_n^{(2)}(k_{p0}\rho_0)} & 0 \\ -j \frac{k_{z0}n}{k_{p0}^2 \rho_0 H_n^{(2)*}(k_{p0}\rho_0)} & j \frac{1}{H_n^{(2)*}(k_{p0}\rho_0)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

con  $k_{p0}^2 + k_{z0}^2 = 1$

En la expresión anterior se ha tomado como sonda 1 la vertical y la 2 como la horizontal. Se observa que para producir la onda polarizada verticalmente basta con corrientes verticales dadas por

$$\bar{J}(z, \phi) = -\frac{1}{2\pi^2} e^{jk_{z0}z} \sum_n j^{n+1} e^{jn(\phi_0 - \phi)} \frac{1}{\sin \theta_0 H_n^{(2)}(k_{p0}\rho_0)} \frac{\delta(\rho - \rho_0)}{\rho} \hat{z} \quad (9)$$

mientras que para producir la onda polarizada según  $\phi$  es necesario emplear corrientes horizontales y verticales dadas por

$$\vec{J}(z, \phi) = -\frac{1}{2\pi^2} e^{jk_{z0}z} \sum_n j^{n+1} e^{jn(\theta_0 - \phi)} \left[ -j \frac{k_{z0} n}{k_{\rho_0}^2 \rho_0 H_n^{(2)'}(k_{\rho_0} \rho_0)} \hat{z} + \right. \\ \left. + j \frac{1}{H_n^{(2)'}(k_{\rho_0} \rho_0)} \hat{\phi} \right] \frac{\delta(\rho - \rho_0)}{\rho} \quad (10)$$

En la figura 2 se muestra los pesos que debe darse a los dipolos verticales para producir una onda verticalmente polarizada, para distintos radio de la agrupación.

Analíticamente [2] se puede comprobar que las distribuciones de corrientes anteriores producen en el interior del cilindro campos de la forma

$$\vec{E} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} e^{j\vec{k}_0 \cdot \vec{r}} \hat{\theta}_0 \quad (11)$$

$$\hat{\theta}_0 = \cos\theta_0 \cos\phi_0 \hat{x} + \cos\theta_0 \sin\phi_0 \hat{y} - \sin\theta_0 \hat{z}$$

$$\vec{E} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} e^{j\vec{k}_0 \cdot \vec{r}} \hat{\phi}_0$$

$$\hat{\phi}_0 = -\sin\phi_0 \hat{x} + \cos\phi_0 \hat{y}$$

### Errores en la onda plana sintetizada

Los errores de posicionado producen una degradación de la onda plana incidente sobre la ABP, que puede estudiarse desplazando los elementos que forman la agrupación cilíndrica de su posición teórica. En este caso la onda sintetizada presentará una desviación respecto la onda plana ideal. Debido a la naturaleza aleatoria de los errores de posicionado, la onda sintetizada sobre la ABP es un proceso estocástico, y la tensión en bornes de la ABP al incidir sobre ella esta onda es una variable aleatoria que dependerá de las características de la ABP.

Una forma elegante de estudiar la degradación de la onda plana debido a errores de posicionado, es expresar el campo sintetizado mediante su espectro de ondas planas. Para la onda plana ideal el espectro es una delta situada en el dominio espectral en la posición  $k_x, k_y, k_z$  correspondiente a la dirección de propagación de la onda.

Debido a los errores de posicionado y truncamiento el espectro de ondas planas contiene términos adicionales que son responsables de la degradación de la onda plana sintetizada. El análisis riguroso de las características estadísticas del espectro de ondas planas sintetizadas es un problema complejo. Sin embargo pueden realizarse las siguientes consideraciones:

El campo en un punto se obtiene como la superposición del campo producido por cada uno de los elementos que forma la distribución cilíndrica. Para errores de posicionado de media cero, el campo en un punto producido por un elemento es una variable aleatoria, cuya media es el valor del campo sin error de posicionado. Por tanto el error de la onda sintetizada es también de media cero

El espectro de ondas planas es la transformada de Fourier de la distribución de campos. Dado que el error de la onda sintetizada es el resultado de combinar los errores debidos a cada uno de los elementos, presumiblemente el error es gaussiano. La transformada de Fourier de un proceso gaussiano es otro proceso gaussiano.

Para procesos estacionarios la densidad espectral de potencia puede aproximarse por :

$$S(\omega) \approx E \left( \left| \frac{1}{T} \int_0^T F[x_\tau(x)] d\tau \right|^2 \right) \quad (12)$$

El estudio de los errores de posicionado se ha realizado estimando la densidad espectral de potencia de los campos sintetizados. Para ello se ha realizado un número elevado de simulaciones con errores de posicionado y se ha evaluado la expresión 13.

### Resultados

Para validar las expresiones (9) y (10) se ha realizado una simulación numerica consistente en hallar los campos producidos por una agrupación cilíndrica de radio  $5\lambda$  y longitud  $20\lambda$ . En las figuras 3 y 4 se muestra el módulo y la fase del campo eléctrico obtenido sobre el eje z la sintetizar una onda con polarización vertical e incidencia según  $\phi = 0$  y  $\Theta = 90^\circ$ .

El estudio de los errores de posicionado se ha realizado estimando la densidad espectral de potencia de los campos sintetizados. Para ello se ha realizado un número elevado de simulaciones con errores de posicionado y se ha evaluado la expresión 13. En las figuras 5, 6 y 7 se muestra el resultado obtenido con errores de posicionado de la sonda en x, y, y z. Se han estudiado errores gaussianos de varianza  $(\lambda/50)^2$ ,  $(\lambda/100)^2$ , y  $(\lambda/200)^2$ . En la figura se compara la densidad espectral de la onda sintetizada con el espectro de ondas planas sin error de posicionado. El error respecto la onda plana ideal en este último caso es debido al truncamiento del cilindro. La geometría en estas simulaciones es de un cilindro de longitud  $20\lambda$  y radio  $5\lambda$ .

La densidad espectral es distinta para cada error, siendo superior en el caso de errores según x, que según y, y z. De hecho para tener la misma densidad espectral de ruido la varianza del error en z e y puede ser prácticamente cuatro veces superior que en x. Este hecho es comprensible si se considera que los desplazamientos según x implican un alejamiento de la sonda y la ABP que se traduce en un error importante de fase, mientras que los errores en z y aproximadamente los errores en y sólo conllevan desplazamientos de la sonda sobre la superficie de medida. También se observa una proporcionalidad en la densidad espectral en función de la varianza del error. En la figura 8 se representa la densidad espectral en el caso en que existan simultaneamente errores en x, y, y z con varianza  $(\lambda/100)^2$  para los errores en y, y z, y  $(\lambda/200)^2$  para los errores en x. Nótese que los errores de posicionado introducen un nivel de ruido en la onda sintetizada que puede aproximarse como un ruido blanco que reduce el margen dinámico de la medida.

### Conclusiones

Se ha mostrado la posibilidad de expresar la transformación campo próximo campo lejano como un proceso de síntesis de ondas planas. Este punto de vista es útil para estudiar el efecto de los errores de posicionado en la transformación.

### Referencias

- [1] W.M Leach, D.T. Paris, "Probe Compensated Near-Field Measurements on a Cylinder", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-21, July 1973.
- [2] J. Romeu, "Formulación espectral de la radiación. Aplicación al caso cilíndrico", Tesis doctoral presentada a la Universitat Politècnica de Catalunya, Junio 1991.

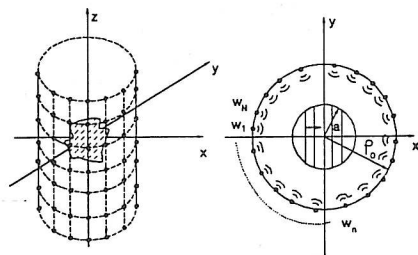


Figura 1. Agrupación cilíndrica para la síntesis de ondas planas.

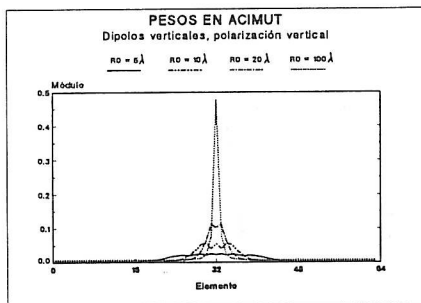


Figura 2. Pesos de la agrupación en acimut.

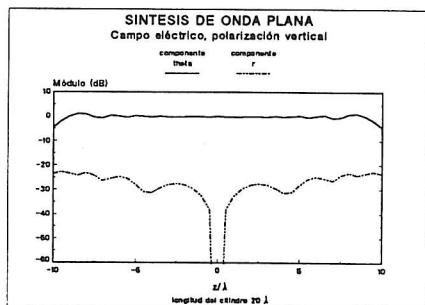


Figura 3. Módulo del campo eléctrico sintetizado.

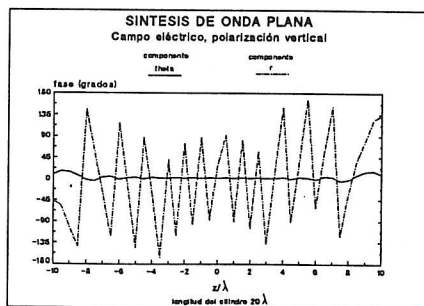


Figure 4. Fase del campo eléctrico sintetizado.

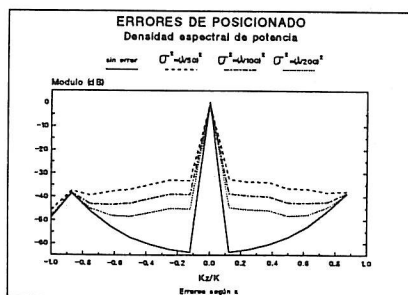


Figura 5. Densidad espectral de la onda sintetizada con errores en x.

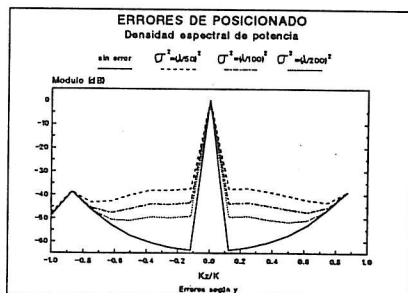


Figura 6. Densidad espectral de la onda sintetizada con errores en y.

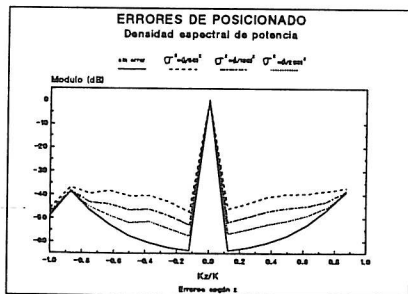


Figura 7. Densidad espectral de la onda sintetizada con errores en z.

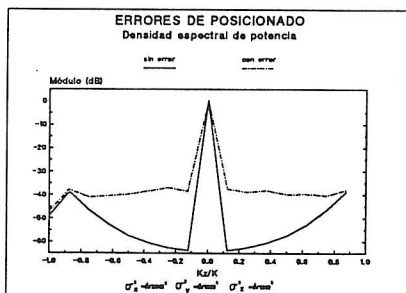


Figura 8. Densidad espectral de la onda sintetizada con errores en x, y, z.